Незнайка собирается полететь на Луну, чтобы принять участие в научной экспедиции. По нормам провоза багажа космической компании Комета, ракетой которой летит Незнайка, на борт можно взять багаж, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, объём которого не превосходит $V=29160\ см^3$ (стороны этого параллелепипеда Незнайка обозначил буквами $a,\ b,\ c$). Кроме того, у компании Комета есть дополнительное ограничение на второе и третье измерение багажа: $9\cdot b+20\cdot c\le 810$.

Также участникам экспедиции предоставляются шестимерные отсеки для перевозки шестимерных приборов. Размеры предоставленного отсека зависят от размеров багажа и равны $a,\ b,\ b,\ c,\ c,\ c$ (где $a,\ b,\ c$ — длины сторон багажа, который пассажир взял на борт).

Чему должны быть равны длины $a,\ b,\ c$, чтобы шестимерный отсек имел наибольший (шестимерный) объём $\Omega=a\cdot b^2\cdot c^3$?

<u>Решение.</u>

Задача на поиск максимума функции $\Omega=a\cdot b^2\cdot c^3$ на множестве точек (с положительными координатами) $X=\{(a,b,c)|\quad a\cdot b\cdot c\le V\ \wedge\ 9\cdot b+20\cdot c\le 810\}$. Заметим, что максимум достаточно искать на множестве точек, координаты которых удовлетворяют равенствам: $Y=\{(a,b,c)|\quad a\cdot b\cdot c=V\ \wedge\ 9\cdot b+20\cdot c=810\}$.

Из равенства $V=a\cdot b\cdot c$ имеем $a=\dfrac{V}{b\cdot c}$.

Из равенства $9\cdot b+20\cdot c=810$ имеем $b=\frac{1}{9}\cdot(810-20\cdot c)$.

Подставим a,b в равенство $\Omega=a\cdot b^2\cdot c^3$, получим $\Omega(c)=\dfrac{29160}{9}\cdot(810-20\cdot c)\cdot c^2$.

Найдём экстремум $\Omega(c)$ на интервале $\left(0,\frac{810}{20}\right)$.

Производная $\Omega'_c=\dfrac{29160}{9}\cdot\left(-20\cdot c^2+2\cdot c\cdot(810-20\cdot c)\right)$ обращается в ноль при $c=\dfrac{2\cdot 810}{3\cdot 20}=27$. Это точка максимума $\Omega(c)$ на интервале $\left(0,\frac{810}{20}\right)$ (например, знаки производной посмотреть можно).

Тогда $b=\dfrac{1}{9}\cdot(810-20\cdot c)=30$, $a=\dfrac{V}{b\cdot c}=36$.

<u>Ответ.</u> $a=36\ см$, $b=30\ см$, $c=27\ см$.

<u>Критерии оценивания (максимум 25 баллов)</u> Заметил, что достаточно искать экстремум в точках, где равенство, +3 балла, записал $\Omega(c)$ +12, нашёл экстремум $\Omega(c)$ на интервале +5, после этого получил ответ полностью +5.

Если правильный ответ получен с помощью перебора (т.е. верный ответ, а решение неверное), то за такое «решение» 5 баллов.

Задача также имеет решение методом неопределённых множителей Лагранжа. Но это решение очень громоздкое. Если кто-то вдруг правильно решит задачу методом Лагранжа, то полный балл.

P.S. У авиакомпании Победа габариты ручной клади не должны превышать 36х30х27, это совпадение случайно.